**КВАНТТЫҚ ШАТАСУДА ТОРТТАР ӘДІСІН ҚОЛДАНУ**

Садуллаев Екубжон Бахтиёрұлы

Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық Университеті

*«Қолданбалы және есептеу математикасы» мамандығының*

 *1-курс магистранты*

Алматы, Қазақстан

yaqubsadullaev@gmail.com

тел. номері:+7(705)-691-03-98

**Аңдатпа**

*Мақалада кванттық шатасу ұғымы мен оның салдарын физика емес мамандарға қолжетімді етуге тырысу ұсынылған. Мақалада кванттық механиканың локалды еместігін дәлелдеудің қарапайым “нақты әлемдік” түсіндірмесін ұсынады. Мысал ретінде кванттық торттарға ұқсастық қолданылады, онда екі экспериментатор, Люси мен Рикардо, торттарға өлшеулер жасайды, олардың дәмі "жақсы" немесе "жаман" болуы мүмкін, сонымен қатар олар пісіру процесінде "көтерілуі" немесе "көтерілмеуі" мүмкін. Бұл мақалада кванттық механиканың классикалық локалды теориялармен түсіндірілмейтін корреляцияларды болжайтынын көрсетеді. Бұл тәсіл кванттық корреляциялардың оғаштығын көрнекі түрде көрсетуге мүмкіндік береді, дегенмен торттарға ұқсастықты тәжірибеде жүзеге асыру мүмкін емес. Бұл ұқсастықтың фотондардың поляризациясын өлшеу сияқты нақты эксперименттермен байланысы талқыланады және кванттық механикадағы локалды еместіктің маңыздылығы атап өтіледі.*

**Кілт** **сөздер**: кванттық тұтастық , локалды еместік , Белл теңсіздіктері, классикалық локалды теориялар, кванттық торттар, эксперименттер, кванттық механика.

**Кіріспе**

Кванттық механиканың (КМ) және жалпы қазіргі ғылыми парадигманың іргелі ұғымдарының бірі болып табылатын кванттық шатасу (entanglement) феноменін түсіну күрделілігі жоғары мәселе болып қала береді. Бұл құбылысты түсіндіру, тіпті физиктер үшін қиындық тудыратыны белгілі, ал оны физикамен кәсіби түрде айналыспайтын тұлғаларға жеткізу одан да күрделі міндет болып табылады. Шрёдингер кванттық шатасуды кванттық механиканың классикалық ойлау жүйесінен түбегейлі ауытқуы ретінде сипаттаған. Кванттық тұтас күйлер, әдетте, локалдылықтың бұзылуымен байланысты, дегенмен кванттық механиканың локалды емес сипатын сипаттаудың өзге тәсілдері де бар.

 Атап айтқанда, екі бөлшектің орын-импульстік координаттарындағы тұтас күйін зерттеу Эйнштейн, Подольский және Розеннің кванттық механиканы табиғатты толық сипаттайтын теория ретінде қарастыруға күмән келтіруіне себеп болды. Бастапқы кезеңде КМ-нің "алыстан әрекет ететін елес әсері" мен локалды реализмді сақтайтын жасырын айнымалылар теориясы арасындағы таңдау философиялық сипатта болды. Алайда, 1964 жылы Джон Белл екі теорияның нақты ойлау эксперименттері үшін әртүрлі болжамдар беретінін көрсетті. Белл теңсіздіктері локалды реалистік теориялар аясында екі бөлшек арасындағы статистикалық корреляциялардың шектерін белгілейді, ал кванттық механика бұл теңсіздіктерді бұзатыны болжанады.

 Клаузер және әріптестерінің еңбектерінен бастап, Белл теңсіздіктері нақты эксперименттік тексеруге бейімделді. Осы уақытқа дейін жүргізілген көптеген эксперименттер кванттық механикамен үйлесімді нәтижелер көрсетті. Тіпті анықтау тиімділігінің төмендігі мен параметрлерді кездейсоқ ауыстыру мәселелері сияқты ықтимал эксперименттік шектеулерді ескере отырып, алынған деректер локалды реалистік теорияларды жоққа шығаруға негіз береді.

 Дегенмен, физикамен кәсіби түрде айналыспайтын мамандар үшін бұл эксперименттік нәтижелерді қабылдау қиын болуы мүмкін. Белл теңсіздіктерінің бұзылуы статистикалық сипатқа ие болып қана қоймай, оның интерпретациясы белгілі бір логикалық пайымдауды қажет етеді. Осыған байланысты, көптеген педагогикалық еңбектер жарық көргенімен, бұл мәселені кең аудиторияға түсінікті етіп жеткізу маңызды мәселе болып қалып отыр.

 Гринбергер, Хорн және Зейлингер (GHZ) кванттық механика мен локалды реализмнің үйлесімсіздігін статистикалық тәсілдерді пайдаланбай-ақ көрсетті. Алайда, олардың дәлелдері үш бөлшектің кванттық корреляцияларын қарастыруды талап етеді, бұл құбылысты классикалық аналог арқылы түсіндіруді қиындатады. Сондықтан Хардидің жұмысы, онда кванттық теория мен локалды реализмнің қайшылығы екі бөлшек жүйесінде теңсіздіктерді қолданбай көрсетіледі, кванттық механиканы кең аудиторияға түсіндіруде маңызды рөл атқарады. Сонымен қатар, мұндай дәлелдердің құрылымы салыстырмалы түрде қарапайым болғанымен, оларды жеткізу қиындық тудырады, себебі көптеген адамдар кванттық жүйелердегі поляризация немесе спин ұғымдарын интуитивті түрде түсінбейді. Біздің тәжірибеміз көрсеткендей, егер тыңдаушы корреляциялардың мәнін түсінбесе, локалды емес корреляцияларды да қабылдау күрделі болады.

 Мермин осы мәселені шешу мақсатында кванттық корреляцияларды күнделікті өмірге жақын мысалдармен сипаттауға тырысты. Дегенмен, оның тұжырымдары кванттық механиканы тереңірек түсінуге септігін тигізгенімен, орташа адам үшін "қораптардағы шамдар" аналогиясы интуитивті түрде түсінікті болмауы мүмкін. Себебі бұл мысал күнделікті тәжірибеден алшақ жатыр.

 Осы мәселелерді ескере отырып, үш жыл бұрын конференция барысында біз кванттық тұтас күйлердегі корреляциялардың ерекшелігін физикамен кәсіби түрде айналыспайтын аудиторияға түсіндіру мақсатында "нақты өмірлік" мысал әзірлеу идеясын алға қойдық. Бұл тұрғыда негізгі қиындық - көптеген адамдарға таныс емес коммутацияланбайтын өлшеулерді күнделікті өмірге жақын құбылыстар арқылы бейнелеу болды. Нәтижесінде, тұтас күйлердің қасиеттерін иллюстрациялау үшін торттардың және олардың дайындалу процесіне қатысты мысал ұсынылды. Әрине, біз торттар мен пештер сияқты тұрмыстық объектілерді қолданғанымызбен, мұндай жүйені нақты физикалық эксперимент түрінде іске асыру мүмкін емес. Алайда, бұл аналогия мен фотондардың поляризациялық күйлері арасындағы тікелей сәйкестік бар екенін атап өткен жөн. Бұл байланыс негізгі талдау аяқталғаннан кейін қосымша бөлімде қарастырылады.

**Квантық ас үй**



1-сурет.Люси мен Рикардо кванттық механикалық (максималды емес) шатастырылған торттар арқылы жергілікті емес корреляцияларды зерттейді. Рикардоның алғашқы торты (оң жақта) ерте піскендіктен, Люси тортының дәмі дәмді.

1-суретте көрсетілген жағдайды қарастырайық. Бізде екі қарама-қарсы есік бар асүй бар, олардан конвейерлік таспалар шығады, ал таспаларда екі пеш жұбы келеді, әр жақтан біреуі. Әр жақта эксперимент жасайтын зерттеушілер бар, оларды Люси (сол жақ) және Рикардо (оң жақ) деп атайық, олар пештерге өлшеулер жасайды; кейін екеуі нәтижелерін салыстыру үшін біріге келеді. Атап айтқанда, берілген пеште екі түрлі өлшеулер жасауға болады. Зерттеуші пештің конвейерлік таспаның соңына жеткенше күте алады, содан кейін оны ашып, ішінде тортты табады, оның дәмін Жақсы немесе Жаман деп тексеруге болады. Бұл бір бақыланатын шама, торттың дәмі. Немесе зерттеуші пешті жолдың ортасында ашып, қамырдың Ерте Көтерілген немесе Көтерілмегенін көре алады, бұл екінші бақыланатын шама. Бізде қандай да бір суфле бар деп есептесек, бұл өлшеулердің неге коммутацияланбайтынын негіздеу оңай - пешті ортасында қайта жабу торттың құлауына әкеледі, нәтижесі әрқашан нашар торт болады (мүмкін, ол табиғи түрде болғаннан да нашар). Демек, берілген тортта осы сапалардың тек біреуін өлшеуге болады.

 Әрбір зерттеуші қандай өлшеу жасауын кездейсоқ түрде шешеді және алынған нәтижелерді жазады. Кейінірек жазбаларды салыстыру кванттық механикалық тұтас торттар болса, пайда болатын оғаштықты ашады. Люси мен Рикардо екеуі де өз пештерін ортасында ашқанда, біреуі соңына дейін күткенде немесе екеуі де ашқанда үш негізгі сыныпты қарастыру керек. Төменде біз алынған нәтижелерді сипаттаймыз (торттардың белгілі бір кванттық механикалық (тұтас) күйімен дұрыс сипатталған деп есептей отырып, біз оны Қосымшада жазамыз).

#1. Люси мен Рикардо екеуі де пештерін ортасында тексерген жағдайларда, олар 9% жағдайда екі торттың да ерте көтерілгенін байқайды. Қалған жағдайларда тек біреуі немесе ешқайсысы көтерілмеген.

Біреуі ортасында тексеріп, екіншісі күткен жағдайларда:

#2. Люсидің торты ерте көтерілген кезде, Рикардоның торттың дәмі жақсы болады; және

#2'. Рикардоның торты ерте көтерілген кезде, Люсидің торттың дәмі жақсы болады.

Бұл корреляцияланған нәтижелер бізді торттардың тарихында біртектілік бар деп болжауға итермелейді, яғни олар бір қамырдан шыққан болуы мүмкін. Осыны ескере отырып, #2 және #2' нәтижелерін негіздеу оңай, өйткені ерте көтерілген қамырдан шыққан торттардың дәмі міндетті түрде жақсы болады дегенді білдіреді (дегенмен, торт қамыр ерте көтерілмегенде де жақсы дәмдеуі мүмкін).

 Ақырында, Люси мен Рикардо екеуі де өз торттарына дәм тексеру жасаса, нені күту керектігін сұраймыз. Екі торттың да ерте көтерілгенін көретін 9% жағдайды қарастырайық (егер Люси мен Рикардо сол өлшеулерді жасаған болса). Мұнда біз олар бір нәрсені өлшеген болса да, олар басқа нәрсені өлшеген жағдайды қарастырамыз. (Бұл 9% жағдайда) Люсидің торты ерте көтерілген болар еді, #2 Рикардоның торттың дәмі жақсы болады дегенді білдіреді. Сол сияқты, (тағы да осы 9% жағдайда) Рикардоның торты ерте көтерілген болар еді, #2' Люсидің торттың дәмі жақсы болады дегенді білдіреді. Демек, бұл пайымдау негізінде біз торттардың екеуінің де кем дегенде 9% жағдайда жақсы дәмдеуін күтеміз. Бірақ, кванттық механикалық нәтиже (біз оның дұрыс екеніне сенімдіміз) бұл:

 #3. Екі торттың да дәмі ешқашан жақсы болмайды!

 Яғни, кем дегенде бір торттың дәмі әрқашан жаман болады. Егер #2, #2' және #3 негізгі шарттар ретінде алынса, локалды реализм мен КМ арасындағы қайшылық #1 сыныбынан бір оқиға байқалған сәтте пайда болады. Осылайша локалды реализм болжамдарын статистикасыз бұзуға болады.

 Торттармен корреляцияларды түсіндіру кезінде бұл тек аналог екенін атап өту керек. Бұл корреляцияларды торттармен жүзеге асыру мүмкін емес. Дегенмен, кванттық бөлшектерге өлшеулер жасағанда дәл осындай корреляцияларды байқауға болады. Мысалы, біз поляризацияға қатысты (максималды емес) тұтас екі фотонды ала аламыз. Торт мысалында біз торттың екі қасиетін өлшеуді қарастырдық - дәмі мен оның көтерілгені. Поляризациялық тұтас күй жағдайында бұл екі өлшеу екі түрлі базисте поляризацияны өлшеуге сәйкес келеді. Мұндай өлшеуді екі детекторы бар айналмалы поляризациялық сәуле бөлгіш арқылы орындауға болады, әр шығыс портына бір детектор орналастырылады. Поляризациялық сәуле бөлгіш бір бұрышқа бағытталған кезде, бір детектордағы шерту торттың дәмі Жақсы деп, ал екінші детектордағы шерту торттың дәмі Жаман деп сәйкес келеді. Поляризациялық сәуле бөлгіш басқа бұрышқа бұрылған кезде, бір детектордағы шерту торттың Көтерілгенін, ал екінші детектордағы шерту торттың Көтерілмегенін көрсетеді. Бұл сәйкестіктерді түсінгеннен кейін, егер біз, мысалы, Жақсы мен Жаманды Көлденең (0%) және Тік (90%) поляризациясымен, ал Көтерілген мен Көтерілмегенді 50.8% және 39.2% бұрыштарындағы сызықтық поляризациямен сәйкестендірсек, #1, #2, #2' және #3 болжамдары дәл орындалады, егер бастапқыда Қосымшада берілген максималды емес тұтас күйден басталса. Жоғарыда айтылған болжамдарды тексеру үшін фотон жұптарын максималды емес тұтас күйде таңдау арқылы эксперименттер жүргізілді. Бұл эксперименттер кванттық механиканың жоғарыда айтылған қасиеттері бар екенін кейбір эксперименттік белгісіздіктер шегінде сәтті көрсетті. Соңғы уақытта қажетті кванттық күйді тікелей өндіру әдісі (яғни, таңдаусыз) енгізілді; локалды теорияның болжамдарынан өте үлкен $122σ$ ауытқу байқалды.

**Талқылау**

Екі жақсы торттың $\gg 9\% $жағдайда болуын болжауға әкелетін жасырын дәлелдер соншалықты тікелей болып келеді, қай жерде қателескенін көру қиын болуы мүмкін. Біз асүханадағы аспаздың классикалық торттарды, яғни локалды реалистік модельді қолданып, нәтижелерді имитациялауға тырысатынын елестете аламыз. #1 нәтижені қамтамасыз ету үшін ол 9% жағдайда екі торт үшін де тез көтерілетін қамырды пайдалануы мүмкін. (Қалған 91% жағдайда ол ешқашан бұл қамырды екі торт үшін бір уақытта пайдаланбайды.) Жақсы-Жақсы оқиғаларының болмауын қамтамасыз ету үшін (#3 шарт), аспазға біраз шығармашылық қажет болады. Мысалы, егер тез көтерілетін қамыр міндетті түрде жаман дәмді торттарды берсе, онда #3 шарт орындалуы мүмкін. Дегенмен, егер #2 және #2' де орындалса, бір жақтағы торттың соңғы дәмі екінші жақтағы зерттеуші өз пешін ортасында тексергеніне байланысты болуы мүмкін. Атап айтқанда, тек екі торт үшін де тез көтерілетін қамырдың пайдаланылған $9\%$ жағдайды қарастыра отырып, егер зерттеушілердің біреуі ортасында өлшеу жасаса, екінші торттың дәмі жақсы болуы керек (#2 шартты қанағаттандыру үшін); бірақ егер сол зерттеуші өз торттың дәмін тексерсе, онда торттардың кем дегенде біреуінің дәмі жаман болуы керек (#3 шартты қанағаттандыру үшін).

 Біздің алдыңғы дәлелдерімізде біз мұндай локалды емес әсерлерді жоққа шығардық. Яғни, біз бір жақтағы оқиғалардың екінші жақтағы кездейсоқ таңдаулар мен оқиғалардан тәуелсіз болуын болжадық (мысалы, Люсидің торттың дәмі Рикардо қандай өлшеу жасағанына және ол нені байқағанына қарамастан бірдей болар еді). Бірақ дәл осы жерде КМ тұтастығы классикалық корреляциялардан ерекшеленеді - эксперименттің бір жағындағы нәтижелер екінші жағындағы нәтижелерге тәуелді болуы мүмкін, тіпті эксперименттік аймақтар бір-бірінен алыс болса да. Дегенмен, біз торттар арқылы артық жарық жылдамдығымен сигнал жіберу мүмкін емес екенін атап өтеміз, өйткені тек жұптардың бір бөлігі ғана корреляцияларды көрсетеді; атап айтқанда, Люси белгілі бір нәтижені өлшеу ықтималдығы Рикардо қандай өлшеу жасағанына тәуелсіз екенін көрсетуге болады, және керісінше.

 Бұл нәтижелер бізге локалды еместікті мәжбүр ету үшін, конвейерлік таспалар өте ұзын және өте тез қозғалуы керек, сондықтан Люси жасаған өлшеу Рикардо алынған нәтижеге әсер ете алмайды (және керісінше), егер жарық жылдамдығынан жоғары таралатын әсер болмаса. Бұл ерекшелікті жоғарыдағы мысалда ескеруге болады, егер торттың біреуін пештен алып, дәмін тексеру әрекеті ауа арқылы немесе конвейерлік таспа құрылымы арқылы таралатын шуды немесе дірілді тудырса, нәтижесінде екінші торттың құлауына/жаман дәмдеуіне әкелетіндігін болжасақ. Әлбетте, мұны мүмкін емес ету үшін өлшеу аймақтарын "дыбысқа ұқсас" аралықтан алыс орналастыру керек; әйтпесе, Жақсы-Жақсы оқиғаларының таңқаларлық жоқтығының қалыпты түсіндірмесі болар еді, және локалды еместік логикалық қажеттілік болмас еді. Сол сияқты, өлшеулер "жарыққа ұқсас" аралықтан алыс орналаспаса, әр тортпен бірге жүретін аспаздың көмекшісі екінші пештің ортасында ашылғанын бақылап, өз торттың сапасын сәйкес реттей алады. Ақырында, ерекше нәтижелердің қандай да бір түрде аспаз алдын ала жоспарлағаны мүмкіндігін жою үшін, ол берілген пеште қандай өлшеулер жасалатынын білмеуі керек, яғни өлшеу бақыланатын шамасын таңдау кездейсоқ болуы керек.

 Сондай-ақ, нақты экспериментте "торттардың" мүмкіндігінше көп бөлігін қарау маңызды екенін көруге болады. Ең қарапайым дәлелде, егер біз жұптардың тек 91% өлшесек, және Жақсы-Жақсы оқиғаларын әлі де көрмесек, болжанған 9% тек біз өлшемегендер болуы мүмкін. Әлбетте, бұл торттардың өте ерекше таңдауын талап етеді. Белл теңсіздіктерінің нақты эксперименттерінде осы уақытқа дейін бүкіл ансамбльдің өкілдік үлгісі болып табылатын бөлшектердің анықталған бөлігі туралы "әділ таңдау" болжамы қолданылды.

 Ақырында, мысал ультра-локалды емес теорияларды талқылауға мүмкіндік береді, онда #1 оқиғаларының (екі торттың да ерте көтерілуі) 9% -дан асуы мүмкін, #2–3 шарттары әлі де орындалған жағдайда. (КМ-мен 9,017% мүмкін болатын жоғарғы шек екенін көрсетуге болады. Егер қандай да бір теорияда осы #1 оқиғаларының 50% -дан астамы болса, онда кейде "күшті" локалды еместік деп аталатынды қабылдауға мәжбүр болады: кем дегенде бір жақтағы кейбір нәтижелердің ықтималдығы екінші жақта қандай өлшеу жасалғанына тәуелді болады. Бұл жағдайда локалды емес корреляцияларды артық жарық жылдамдығымен сигнал жіберу үшін пайдалануға болады. Қызықтысы, тек #2–3 шарттарымен шектелген ультра-локалды емес теорияларды болжауда еркіндік бар. Мысалы, торттар әрқашан ерте көтерілген табылған шекті жағдайда да (яғни, #1 оқиға 100% жағдайда орындалғанда), ықтималдықтарды (#2, #2' және #3 шарттарымен сәйкес) тағайындауға болады, сондықтан тек бір тараптың өлшеу ықтималдықтарында анықталатын өзгеріс болады, және ол тек өлшеулердің бір түрі үшін. Кванттық механикалық максимум $\gg 9\%$ және релятивистік себептілікті бұзбау үшін 50% максимум арасындағы орта жер өте қызықты, оны одан әрі зерттеу қажет.

 Біз кванттық механикалық тұтас күйлерге тән локалды еместікті сипаттау үшін "нақты әлемдік" жүйені ұсындық. Біз бұл тәсілмен ешқандай жаңа физиканы айтпаймыз, бірақ бұл ойландыратын нәтижелерді қызығушылық танытқан физика емес мамандарға түсіндіруді жеңілдетуге үміттенеміз.

**Есептеулер**

#1–3 болжамдарын беретін бір КМ күйі мынадай:

$$\left|\left.ψ\right⟩\right.=\frac{1}{2}\left|\left.B\_{L}\right⟩\right.\left|\left.B\_{R}\right⟩\right.-\sqrt{\frac{3}{8}}\left|\left.B\_{L}\right⟩\right.\left|\left.G\_{R}\right⟩\right.+\sqrt{\frac{3}{8}}\left|\left.G\_{L}\right⟩\right.\left|\left.B\_{R}\right⟩\right.$$

мұнда *B* және *G* Жақсы- және Жаман дәмді меншікті күйлері, олар *R* (Көтерілген) және *N* (Көтерілмеген) меншікті күйлеріне мынадай қатынаста:

$$\left|\left.B\right⟩\right.=\sqrt{\frac{2}{5}}\left|\left.N\right⟩\right.+\sqrt{\frac{3}{5}}\left|\left.R\right⟩\right.$$

$$\left|\left.G\right⟩\right.=-\sqrt{\frac{3}{5}}\left|\left.N\right⟩\right.+\sqrt{\frac{2}{5}}\left|\left.R\right⟩\right.$$

(1) теңдеуінде $\left|\left.G\_{L}\right⟩\right.,\left|\left.G\_{R}\right⟩\right.$ мүшесі жоқ болғандықтан, #3 шарт автоматты түрде орындалады. Және $\left|\left.B\_{L}\right⟩\right.$және $\left|\left.G\_{L}\right⟩\right.$ кеңеюлерін (1) теңдеуіне қойып, екі $\left|\left.R\_{L}\right⟩\right.\left|\left.R\_{R}\right⟩\right.$мүшелерінің жойылатынын көруге болады, бұл #2 шартты білдіреді; сол сияқты #2' үшін. Ақырында, $\left|\left.R\_{L}\right⟩\right.\left|\left.R\_{R}\right⟩\right.$ амплитудасы -0.3 екенін тексеру оңай, нәтижесінде жұптардың 9% көтеріледі.

**Қорытынды**

Бұл мақалада кванттық механиканың тұтастығы және локалды еместік тұжырымдамасын физика емес мамандарға қолжетімді түрде түсіндіру үшін торттардың аналогтық мысалы қолданылды. Кванттық тұтастықтың оғаш қасиеттерін түсіндіру үшін торттардың дәмі мен қамырдың көтерілуі сияқты күнделікті тұжырымдарды пайдаланамыз. Мысалда екі торттың кванттық тұтас күйде болуы және олардың өзара байланысының классикалық физикамен түсіндірілмейтін екені көрсетіледі.

Негізгі нәтижелер:

1. Егер екі торттың да қамыры ерте көтерілсе, олардың дәмі ешқашан бір мезгілде жақсы болмайды.

2. Бұл нәтижелер кванттық механиканың локалды реализммен үйлесімсіз екенін көрсетеді және статистикалық емес түрде дәлелдейді.

3. Торттардың арасындағы корреляциялар кванттық бөлшектердің поляризациясына байланысты эксперименттерде байқалатын корреляцияларға ұқсас.

Мақаланың мақсаты - кванттық механиканың оғаш қасиеттерін жалпы аудиторияға түсіндіруді жеңілдету. Бұл мысал нақты эксперименттерде байқалатын кванттық құбылыстардың аналогы ретінде қызмет етеді, бірақ оны торттармен жүзеге асыру мүмкін емес.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. The mystery of the quantum cakes P. G. Kwiat , L. Hardy ,1999
2. Квантовые вычисления для настоящих айтишников. — СПб.: Питер, 2020. — 240 с.: ил. — (Серия «Библиотека программиста»). ISBN 978-5-4461-1332-3